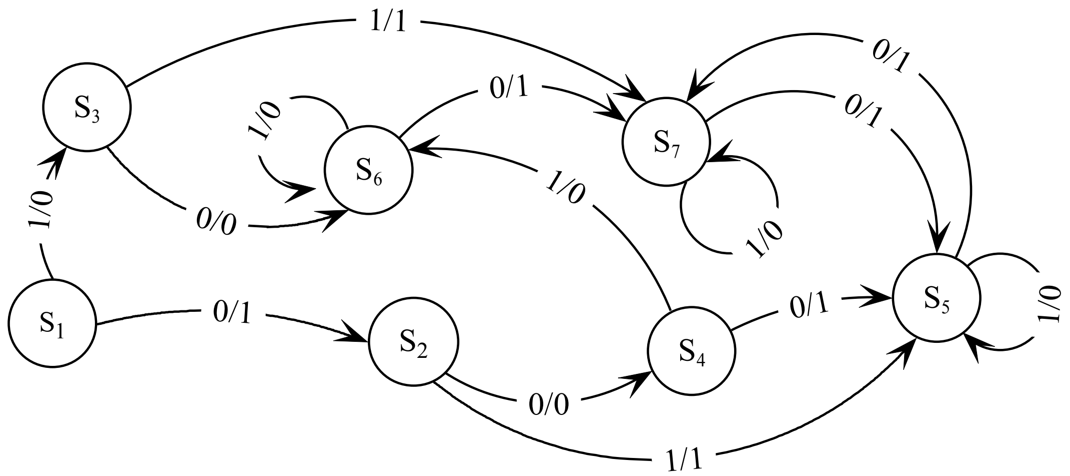
Compito A

Esercizio 1 (12 punti)

Minimizzare il numero di stati dell'automa qui rappresentato. Disegnare l'automa minimo.



Esercizio 2 (15 punti)

Progettare un circuito il cui output è 1 quando viene riconosciuta una delle seguenti stringhe:
00000
00001
00010
00100
l'output è zero altrimenti.
Il primo bit che viene letto è il bit **più a sinistra**. Utilizzare flip flop di tipo JK.
Le stringhe *non sono sovrapponibili*, nel senso chiarito a lezione.
Pur non essendo richiesta l'applicazione di un criterio formale di minimizzazione dell'automa, sarà elemento di valutazione il numero degli stati complessivi utilizzati.

Esercizio 3 (3 punti)

Convertire in base 2 con rappresentazione in virgola mobile il numero decimale -120,125 avendo a disposizione 10 cifre per la mantissa e 4 per l'esponente. La rappresentazione ottenuta è precisa o è un'approssimazione del numero decimale di partenza?

Compito B

Esercizio 1 (12 punti)

Minimizzare il seguente automa e disegnare l'automa minimo.

Stato	x=0	x=1
A	G/0	A/0
B	E/0	A/0
C	D/1	E/0
D	C/0	G/0
E	B/0	F/0
F	C/0	B/0
G	A/0	F/0

Esercizio 2 (15 punti)

Progettare un circuito che riceve due sequenze binarie x = x(1)x(2)…x(t)… e y = y(1)y(2)...y(t)…, il cui output z(t) è 1 se e solo se la parita' del numero di zeri e di uno in x e y, rispettivamente, e' la stessa all' istante t. La parita' di un numero n e' $(-1)^n$. Quindi, se il numero di zeri in x e' pari il circuito da' 1 solo se anche il numero degli 1 in y e' pari, mentre se il numero di zeri in x e' dispari il circuito da' 1 solo se anche il numero degli 1 in y e' dispari.Ad esempio:

x: 0011101001
y: 1000100100
z: 1000100011

Disegnare il diagramma temporale corrispondente all' esempio.
Pur non essendo richiesta l'applicazione di un criterio formale di minimizzazione dell' automa, sarà elemento di valutazione il numero degli stati complessivi utilizzati.

Esercizio 3 (3 punti)

Fare la somma e la sottrazione dei numeri x = 29 e y = 77, con una rappresentazione binaria di x e y che utilizzi la tecnica del complemento a due per la sottrazione z = x – y. Decodificare, poi, nei corrispondenti risultati decimali.

Compito C

Esercizio 1 (15 punti)

Si progetti un circuito che, presi in input due stringhe binarie, dà in output 1 se e solo se la somma dei valori binari associati alle due stringhe ricevuti fino a quel momento è un multiplo di 8. Si assuma che la prima cifra ricevuta sia la cifra più significativa del valore binario associato alla stringa stessa. Per esempio

Input: 100001…
100010…
Ouput: 001100…

Si segua lo schema di sintesi visto a lezione, inclusa la minimizzazione dell'automa e la semplificazione delle espressioni booleane ottenute dalle mappe di Karnaugh tramite porte NAND, NOR, XOR e NXOR (se possibile). Si usino flip-flop di tipo JK e si utilizzi un modulo di somma aritmetica standard (ovvero: non occorre progettare il circuito sommatore). (***Importante:*** tutta la "difficoltà" dell'esercizio sta nella progettazione dell'automa; pertanto 8 punti saranno assegnati solo per questa parte dell'esercizio, il resto al progetto complessivo del circuito).

Esercizio 2 (12 punti)

Disegnare gli schemi circuitali dei registri (limitarsi a 4 bit) PIPO (Parallel Input Parallel Output), PISO, SISO, SIPO fornendo prima una definizione di ciascuno. Usare FF JK.

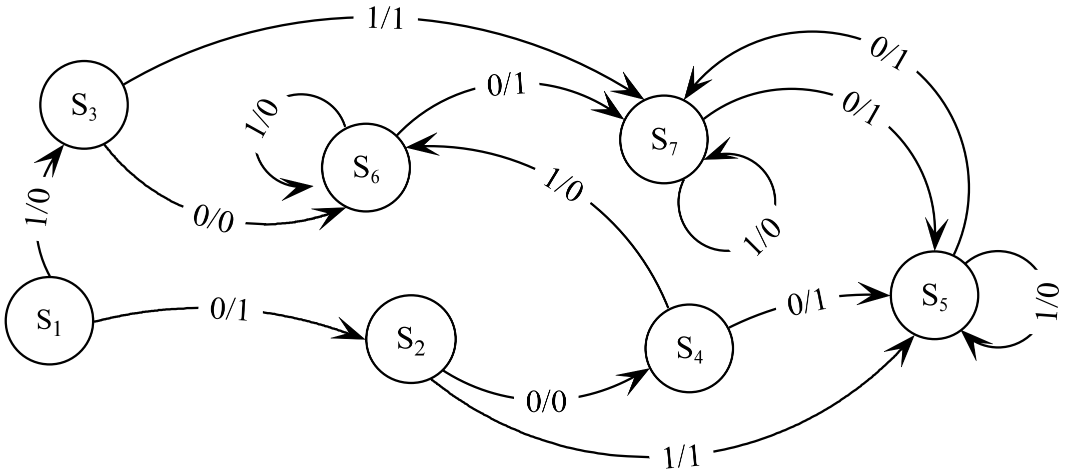
Esercizio 3 (3 punti)

Dimostrate i due teoremi di De Morgan.

Compito A
Soluzioni

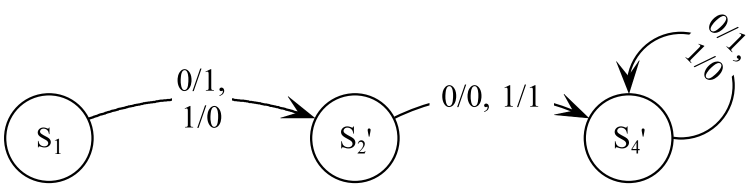
Esercizio 1 (12 punti)

Minimizzare il numero di stati dell'automa qui rappresentato. Disegnare l'automa minimo.



S_2	X					
S_3	X	(4,6) (5,7)				
S_4	X	X	X			
S_5	X	X	X	(5,7) (6,5)		
S_6	X	X	X	(5,7)	O	
S_7	X	X	X	(6,7)	O	(5,7)
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6

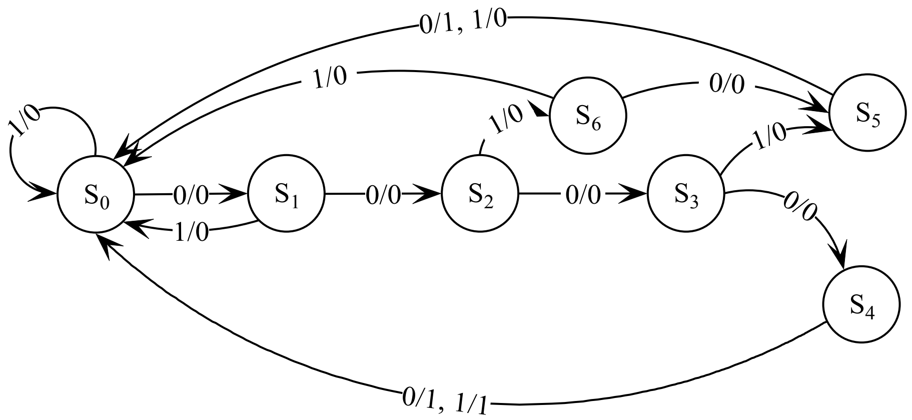
L'automa minimizzato è il seguente:



Esercizio 2 (15 punti)

Progettare un circuito il cui output è 1 quando viene riconosciuta una delle seguenti stringhe:
00000
00001
00010
00100
l'output è zero altrimenti.
Il primo bit che viene letto è il bit **più a sinistra**. Utilizzare flip flop di tipo JK.
Le stringhe *non sono sovrapponibili*, nel senso chiarito a lezione.
Pur non essendo richiesta l'applicazione di un criterio formale di minimizzazione dell'automa, sarà elemento di valutazione il numero degli stati complessivi utilizzati.

L'automa di Mealy è rappresentato in figura:



Q_2	Q_1	Q_0	x	Q_2(t+1)	Q_1(t+1)	Q_0(t+1)	J_2	K_2	J_1	K_1	J_0	K_0	y
0	0	0	0	0	0	1	0	X	0	X	1	X	0
0	0	0	1	0	0	0	0	X	0	X	0	X	0
0	0	1	0	0	1	0	0	X	1	X	X	1	0
0	0	1	1	0	0	0	0	X	0	X	X	1	0
0	1	0	0	0	1	1	0	X	X	0	1	X	0
0	1	0	1	1	1	0	1	X	X	0	0	X	0
0	1	1	0	1	0	0	1	X	X	1	X	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1	X	X	1	X	0	0
1	0	0	0	0	0	0	X	1	0	X	0	X	1
1	0	0	1	0	0	0	X	1	0	X	0	X	1
1	0	1	0	0	0	0	X	1	0	X	X	1	1
1	0	1	1	0	0	0	X	1	0	X	X	1	0
1	1	0	0	1	0	1	X	0	X	1	1	X	0
1	1	0	1	0	0	0	X	1	X	1	0	X	0
1	1	1	0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
1	1	1	1	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	1	1	X	X

Y = $\overline{Q_0} Q_2 \overline{Q_1} + Q_2 Q_0 \overline{x}$

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	1
11	X	X	X	X
10	X	X	X	X

$J_2 = xQ_1 + Q_1Q_0$

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	X	X	X	X
11	0	1	X	X
10	1	1	1	1

$K_2 = \overline{Q_1} + \overline{Q_0}x$

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	X	X	X	X
11	X	X	X	X
10	0	0	0	0

$J_1 = Q_0\overline{x}$

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	X	X	X	X
01	0	0	1	1
11	1	1	X	X
10	X	X	X	X

$K_1 = Q_0 + Q_2$

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	1	0	X	X
01	1	0	X	X
11	1	0	X	X
10	0	0	X	X

$$J_0 = \overline{Q_2}\,\overline{x} + Q_1\overline{x} = \overline{x}(Q_1 + \overline{Q_2})$$

Q_0x \ Q_2Q_1	00	01	11	10
00	X	X	1	1
01	X	X	1	0
11	X	X	X	X
10	X	X	1	1

$$K_0 = x + \overline{Q_1}$$

Esercizio 3 (3 punti)

Convertire in base 2 con rappresentazione in virgola mobile il numero decimale -120,125 avendo a disposizione 10 cifre per la mantissa e 4 per l'esponente. La rappresentazione ottenuta è precisa o è un'approssimazione del numero decimale di partenza?

Esercizio 3

Conversione della parte intera:

- 120 : 2 = 60 con resto 0
- 60 : 2 = 30 con resto 0
- 30 : 2 = 15 con resto 0
- 15 : 2 = 7 con resto 1
- 7 : 2 = 3 con resto 1
- 3 : 2 = 1 con resto 1
- 1 : 2 = 0 con resto 1

Conversione della parte frazionaria:

- 0,125 × 2 = 0,250
- 0,250 × 2 = 0,500
- 0,500 × 2 = 1,000

Pertanto la rappresentazione in base 2 è 1111000,001. La mantissa normalizzata è 0,1111000001 e l'esponente è 7 = 0111_2. Il numero viene rappresentato in virgola mobile come <1, 1111000001, 0111>. E' una rappresentazione esatta perché la codifica della mantissa richiede esattamente 10 cifre (7 per la parte intera, 3 per la parte frazionaria).

Compito B

Soluzione Esercizio 1

Minimizzazione:

	A	B	C	D	E	F
B	(E,G)					
C	X	X				
D	X	X	X			
E	X	X	X	X		
F	X	X	X	X	X	
G	X	X	X	X	(A,B)	X

Automa minimo:

	x = 0	x = 1
B	E/0	B/0
C	D/1	E/0
D	C/0	E/0
E	B/0	F/0
F	C/0	B/0

Soluzione Esercizio 2

Automa:

	00	01	10	11
S_0	$S_1/0$	$S_0/1$	$S_0/1$	$S_1/0$
S_1	$S_0/1$	$S_1/0$	$S_1/0$	$S_0/1$

Tabella: (uso flip-flop di tipo D, quindi la funzione di eccitazione D coincide con quella di q)

q	x	y	q	z
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1

Mappe e espressioni:

		x, y			
		00	01	11	10
q	0	1	0	1	0
	1	0	1	0	1

D = not(q)not(x)not(y) + not(q)xy + not(x)qy + not(y)qx

		x, y			
		00	01	11	10
q	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

z = not (D)

Diagramma temporale:

```
              ---    ---    ---    ---    ---    ---    ---    ---    ---    ---
clock:    ----|  | ----|  |----|  | ----|  | ----|  | ----|  | ----|  | ----|  | ----|  | ----|  |

                    -----------------------         -------              --------
 x:       ---------------- |                 |-----------|    |-------------------|

          --------                   -------               -------
 y:            |---------------------------|     |--------------------|     |-----------------------

          --------                   -------                    -----------------
 z:            |---------------------------|     |------------------------------- |

               ------------------------        -------------------------
 q:       ----------- |                   |-----------|                   | -----------------------
```

Soluzione Esercizio 3

29 : 2 = 14 resto = 1

14 : 2 = 7 resto = 0

7 : 2 = 3 resto = 1

3 :2 = 1 resto = 1

77 : 2 = 38 resto = 1

38 : 2 = 19 resto = 0

19 : 2 = 9 resto = 1

9 : 2 = 4 resto = 1

4 : 2 = 2 resto = 0

2 : 2 = 1 resto = 0

rappresentazione binaria di 29 = 11101 rappresentazione binaria di 77 = 1001101

Utilizziamo otto cifre aggiungendo il bit del segno, quindi:

rappresentazione binaria di 29 = 00011101 rappresentazione binaria di 77 = 01001101

Il complemento a due di 77 e' 10110010 + 1 = 10110011

Somma:
```
00011101 +
01001101 =
--------------
01101010
```

decodifica: 01101010 e' 106 in decimale.

Sottrazione:
```
00011101 +
10110011 =
--------------
11010000
```

decodifica: si calcola il corrispondente positivo di 11010000, cioe':

11010000 – 1 = 11001111

il complemento a 1 di 11001111 e' 00110000

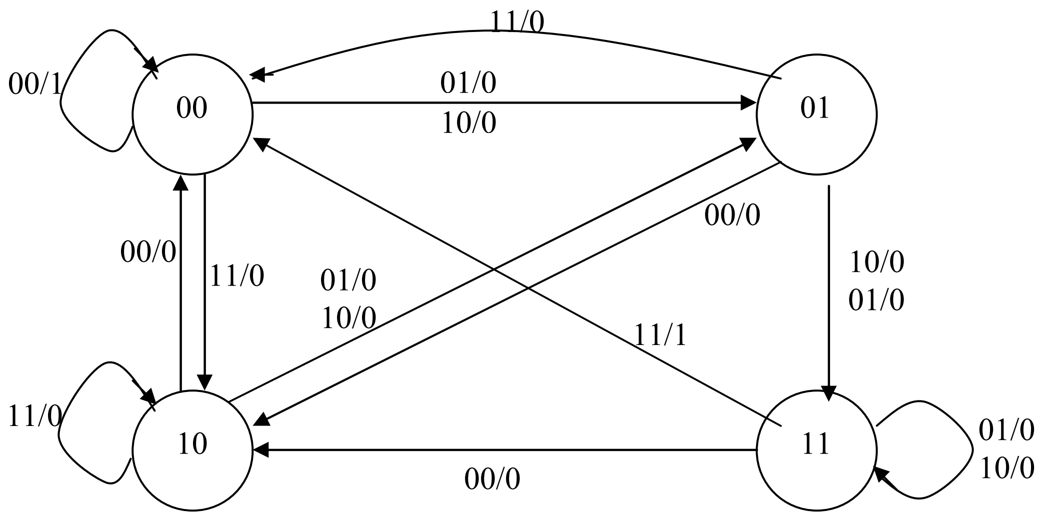
00110000 e' 48 in decimale

11010000 corrisponde a - 48

Compito C

Esercizio 1

Poichè non si richiedeva il progetto di un sommatore aritmetico (nella speranza che ciò sia noto) l'esercizio consiste essenzialmente nella progettazione di un automa che riconosce se una stringa rappresenta un intero divisibile per $8=2^3$. Ciò è vero, banalmente, se gli ultimi 3 bit della somma dei bit ricevuti sono uguali ad 0. (1000, 11000, 100000..)
Vale la pena realizzare l'automa associando agli stati gli ultimi due bit della rappresentazione binaria della somma dei due valori di input ricevuti fino a quel momento. Pertanto si avrà



Ad esempio, nello stato in cui gli ultimi due bit della somma corrente sono 01, se arrivano gli input 1 e 1, avrò: 1+1=0 e carry=1. Gli ultimi tre bit della somma diventeranno pertanto 010+1+1=100, perciò si transita nello stato S0 e l'output è zero (la somma non è divisibile per 8)
In rappresentazione tabellare l'automa è

	00	**01**	**10**	**11**
S0	S0/1	S1/0	S1/0	S2/0
S1	S2/0	S3/0	S3/0	S0/0
S2	S0/0	S1/0	S1/0	S2/0
S3	S2/0	S3/0	S3/0	S0/1